

BÖLÜM 10

ÖĞRENELİM

ÜSLÜ İFADELER Üslü İfadeler

Ne Bilmeliyim? 1

ÜSLÜ İFADELER

$x \in \mathbb{R}$ ve $n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere, **n tane x in çarpımı x in n inci kuvveti (üssü)** diye adlandırılır ve x^n biçiminde gösterilir ve **x üssü n** şeklinde okunur.

Buna göre, x in n. kuvveti n tane x in çarpımına eşittir.

$$x^n = \underbrace{x \cdot x \cdot x \cdot \dots \cdot x}_{n \text{ tane}} \text{ tir.}$$

Burada, **x e taban**, **n ye üs** denir.

$$\checkmark x^2 = x \cdot x \quad x^3 = x \cdot x \cdot x \quad x^4 = x \cdot x \cdot x \cdot x$$

$$\checkmark \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

$$\checkmark \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = \left(-\frac{2}{3}\right)^4$$

$$\checkmark \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = (\sqrt{3})^6$$

$$\rightarrow \underbrace{a + a + a + \dots + a}_{n \text{ tane}} = n \cdot a$$

$$\checkmark 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 5 \cdot 3$$

$$\checkmark 2^6 + 2^6 + 2^6 + 2^6 + 2^6 + 2^6 = 6 \cdot 2^6$$

$$\checkmark \underbrace{5^x + 5^x + 5^x + \dots + 5^x}_{100 \text{ tane}} = 100 \cdot 5^x$$

0 (sıfır) hariç bütün reel sayıların sıfırıncı kuvveti 1 dir.

$$a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$$

0⁰ ifadesi tanımsızdır.

Bütün n reel sayıları için $1^n = 1$

Bütün a reel sayıları için $a^1 = a$

Nasıl Çözülür?

Örnek

6 tane 2'nin çarpımının, 4 tane 2'nin toplamına oranının kaç olduğunu bulalım.

Çözüm

$$\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{6 \text{ tane}} = 2^6 = 64$$



Çarpılan sayıyı tabana, kaç tane varsa üsse yazdık.

$$\underbrace{2 + 2 + 2 + 2}_{4 \text{ tane}} = 4 \cdot 2 = 8$$



Toplanan sayı ile adedini çarptık. Buradan sonra oranlayalım.

$$\frac{64}{8} = 8 \text{ bulunur.}$$

Örnek

5 tane -3 ün çarpımının, 9 tane 3 ün toplamına oranının kaç olduğunu bulalım.

Çözüm

$$\underbrace{(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3)}_{5 \text{ tane}} = (-3)^5 = -243 \text{ tür.}$$

$$\underbrace{3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3}_{9 \text{ tane}} = 9 \cdot 3 = 27 \text{ dir.}$$

Bu iki ifadenin oranı da, $-\frac{243}{27} = -9$ bulunur.

Nasıl Uygularım?



1. Aşağıdaki ifadelerin eşitini bulunuz.

$$\rightarrow 15 \cdot 15 \cdot 15 \cdot 15 \cdot 15 \cdot 15 \cdot 15$$

$$(15^7)$$

$$\rightarrow (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) \cdot (-4)$$

$$((-4)^7)$$

$$\rightarrow \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5}$$

$$\left(\left(\frac{2}{5}\right)^4\right)$$

$$\rightarrow a^x \cdot a^x \cdot a^x \cdot a^x \cdot a^x \cdot a^x \cdot a^x$$

$$((a^x)^7)$$

$$\rightarrow 19 \text{ tane } 19\text{'un çarpımı}$$

$$(19^{19})$$

$$\rightarrow 9 \text{ tane } 4x \text{ in çarpımı}$$

$$((4x)^9)$$

2. Aşağıdaki ifadelerin eşitini bulunuz.

$$\rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\left(6 \cdot \frac{1}{2} = 3\right)$$

$$\rightarrow \frac{a}{4} + \frac{a}{4} + \frac{a}{4} + \frac{a}{4} + \frac{a}{4} + \frac{a}{4} + \frac{a}{4} + \frac{a}{4}$$

$$\left(8 \cdot \frac{a}{4} = 2a\right)$$

$$\rightarrow 11 \text{ tane } (x + 2) \text{ nin toplamı,}$$

$$(11 \cdot (x + 2))$$

3. Aşağıdaki ifadelerin eşitini bulunuz.

$$\rightarrow (5 - 7\sqrt{2})^0$$

$$(1)$$

$$\rightarrow 1^{258}$$

$$(1)$$

$$\rightarrow 1^{-34}$$

$$(1)$$

$$\rightarrow 1^{324} + 1^{2759} + 1^{-546} - 1^{-5441}$$

$$(2)$$

Ne Bilmeliyim? 2



Negatif Sayıların Kuvvetleri

Pozitif bir sayının bütün kuvvetleri pozitif; negatif bir sayının çift kuvvetleri pozitif, tek kuvvetleri negatiftir.

$a \neq 0$ ve $n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere,

$$(-a)^{2n-1} = -a^{2n-1}$$

$$(-a)^{2n} = a^{2n} \text{ dir.}$$

$$\checkmark (-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = 4$$

$$\checkmark -2^2 = -(2 \cdot 2) = -4$$

$$\checkmark (-3)^4 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = 81$$

$$\checkmark -3^4 = -(3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3) = -81$$

$$\checkmark (-5)^3 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = -125 = -5^3$$

$$\checkmark -5^3 = -(5 \cdot 5 \cdot 5) = -125$$

$$\checkmark \left(-\frac{2}{3}\right)^5 = \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{32}{243}$$



Parantezin içerisindeki (-) kuvvetten etkilenir, parantez içerisinde olmayan (-) hürdür, kuvvetten etkilenmez.

$1^n = 1$ (1 ' in bütün kuvvetleri 1 'dir.)

$(-1)^{2n} = 1$, $(-1)^{2n-1} = -1$ 'dir.



-1 in tek kuvvetleri -1 iken çift kuvvetleri $+1$ dir.

$$\checkmark (-1)^{33} = -1$$

$$\checkmark (-1)^{-38} = +1$$

$$\checkmark (-1)^{2420} = +1$$

$$\checkmark (-1)^{-3743} = -1$$

Nasıl Uygularım?



1. Aşağıdaki ifadelerde (...) yerine $<$ veya $>$ işaretlerinden uygun olanı yazınız.

$$\rightarrow (-3)^{13} \dots 0$$

($<$)

$$\rightarrow (-5)^{24} \dots 0$$

($>$)

$$\rightarrow (-3)^{-18} \dots 0$$

($>$)

2. $a > 0$ olmak üzere, aşağıdaki ifadelerde (...) yerine $<$ veya $>$ işaretlerinden uygun olanı yazınız.

$$\rightarrow -a^{14} \dots 0$$

($<$)

$$\rightarrow a^{173} \dots 0$$

($>$)

$$\rightarrow a^{-129} \dots 0$$

($>$)

$$\rightarrow (-a)^{39} \dots 0$$

($<$)

Ne Bilmeliyim? 3

Üslü İfadelerin Kuvveti

$$(x^n)^m = (x^m)^n = x^{m \cdot n}$$

$$((x^n)^m)^k = x^{m \cdot n \cdot k}$$

$$\checkmark (2^3)^4 = 2^{3 \cdot 4} = 2^{12}$$

$$\checkmark \left[\left(-\frac{1}{2} \right)^4 \right]^3 = \left(-\frac{1}{2} \right)^{4 \cdot 3} = \left(-\frac{1}{2} \right)^{12} = \left(\frac{1}{2} \right)^{12}$$



Çift kuvvet (–) yi yuttu gördünüz değil mi?

$$\checkmark (-3^2)^7 = (-1)^7 \cdot (3^2)^7 = -3^{14}$$



3'ün üssü olan 2. (–) yi etkilemedi ama parantezin 7. kuvvetini (–) nin üzerine yazmayı ihmal etmedik.

$$\checkmark (8^3) = (2^3)^3 = 2^9$$

$$\checkmark (27^2)^3 = ((3^3)^2)^3 = 3^{3 \cdot 2 \cdot 3} = 3^{18}$$

Üslü İfadenin Negatif Kuvveti

$x \neq 0$ ve $n > 0$ olmak üzere, $x^{-1} = \frac{1}{x}$ ifadesinin (x in çarpma işlemine göre tersinin) n inci kuvvetine yani x^{-n} **ye negatif üslü ifade** denir.

$$\underbrace{\left(\frac{1}{x} \right) \cdot \left(\frac{1}{x} \right) \cdot \dots \cdot \left(\frac{1}{x} \right)}_{n \text{ tane}} = \left(\frac{1}{x} \right)^n = x^{-n} \text{ dir.}$$

$$\checkmark x^{-n} = \left(\frac{1}{x} \right)^n = \frac{1}{x^n} \quad \left(\frac{x}{y} \right)^{-n} = \left(\frac{y}{x} \right)^n = \frac{y^n}{x^n} \text{ dir.}$$



O halde, bir üslü ifadenin tabanının çarpmaya göre tersi alındığında üssünün işareti değiştirilir.

$$\checkmark 5^{-1} = \left(\frac{1}{5} \right)^1 = \frac{1}{5}, \quad 3^{-1} = \left(\frac{1}{3} \right)^1 = \frac{1}{3}$$

$$\checkmark \left(\frac{2}{3} \right)^{-1} = \left(\frac{3}{2} \right)^1 = \frac{3}{2}$$

$$\checkmark 5^{-3} = \left(\frac{1}{5} \right)^3 = \frac{1^3}{5^3} = \frac{1}{5^3}$$

Nasıl Uygularım?

1. Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

$$\rightarrow \left((5^3)^4 \right)^5 \quad (5^{60})$$

$$\rightarrow \left(((198)^{51})^0 \right)^{59} \quad (1)$$

$$\rightarrow (16)^6)^5 \quad (2^{120})$$

$$\rightarrow \left((27)^{\frac{3}{2}} \right)^6 \quad (3^{27})$$

$$\rightarrow (32)^{(2^4)} \quad (2^{80})$$

2. Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

$$\rightarrow (3)^{-2})^3 \quad (3^{-6})$$

$$\rightarrow ((25)^{-3})^{-2} \quad (5^{12})$$

$$\rightarrow \left(\left(\frac{1}{5} \right)^{-4} \right)^2 \quad (5^8)$$

$$\rightarrow \left(\left(\frac{1}{4} \right)^7 \right)^{-5} \quad (2^{70})$$

Nasıl Uygularım?



3. Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

$$\rightarrow (-7)^2$$

$$(49)$$

$$\rightarrow (-2)^3$$

$$(-8)$$

$$\rightarrow ((-27)^5)^2$$

$$(3^{30})$$

$$\rightarrow (-3^2)^3$$

$$(-3^6)$$

$$\rightarrow (-5^3)^4$$

$$(5^{12})$$

$$\rightarrow \left(\left(-\frac{1}{5}\right)^4\right)^2$$

$$(5^{-8})$$

4. Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

$$\rightarrow -3^{-4}$$

$$\left(-\frac{1}{81}\right)$$

$$\rightarrow ((-5)^2)^{-3}$$

$$(5^{-6})$$

$$\rightarrow ((-32)^{-3})^7$$

$$(-2^{-105})$$

$$\rightarrow ((-625)^{-2})^{-5}$$

$$(5^{40})$$

$$\rightarrow \left(\left(-\frac{1}{8}\right)^{-3}\right)^5$$

$$(-2^{45})$$

$$\rightarrow \left(\left(-\frac{1}{243}\right)^5\right)^{-4}$$

$$(3^{100})$$

$$\rightarrow ((-8)^{-2})^3$$

$$(2^{-18})$$

$$\rightarrow ((-32)^{-3})^7$$

$$(-2^{-105})$$

Ne Bilmeliyim? 4

Üslü İfadelerde Toplama - Çıkarma İşlemi



Üslü ifadelerde toplama ve çıkarma işlemi yapılabilmesi için hem üsleri hem de tabanları aynı olan terimler elde edilir. Daha sonra ortak çarpan parantezine alınarak toplanır veya çıkarılır.

$$a \cdot x^n + b \cdot x^n - c \cdot x^n = x^n \cdot (a + b - c)$$

$$\checkmark 3^7 + 3^7 + 3^7 + 3^7 = 4 \cdot 3^7$$

$$\checkmark 2 \cdot 7^3 - 3 \cdot 7^3 + 5 \cdot 7^3 = 7^3 \cdot (2 - 3 + 5) = 4 \cdot 7^3$$

Nasıl Çözülür?

Örnek

$$8^2 + 4^3 + 2^6$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

$$\begin{aligned} 8^2 + 4^3 + 2^6 &= (2^3)^2 + (2^2)^3 + 2^6 \\ &= 2^{3 \cdot 2} + 2^{2 \cdot 3} + 2^6 \\ &= 2^6 + 2^6 + 2^6 = 3 \cdot 2^6 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$



Demek ki üslü sayılar eşit değilse toplama-çıkarma yapabilmek için taban ve üsleri aynı yapmanın yolunu araştıracağız.

Örnek

$$3 \cdot 4^6 + 5 \cdot 8^4 - 7 \cdot 2^{12}$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm



Sayılar çok büyük, üstelik üslü ifadelerin tabanları farklı. Üslü ifadelerde tabanların hepsi 2' nin kuvveti dikkatinizi çekti mi? O halde, bir düzenleme yapalım gerisi kolay.

$$\begin{aligned} 3 \cdot 4^6 + 5 \cdot 8^4 - 7 \cdot 2^{12} &= 3 \cdot (2^2)^6 + 5 \cdot (2^3)^4 - 7 \cdot 2^{12} \\ &= 3 \cdot 2^{2 \cdot 6} + 5 \cdot 2^{3 \cdot 4} - 7 \cdot 2^{12} \\ &= 3 \cdot 2^{12} + 5 \cdot 2^{12} - 7 \cdot 2^{12} \\ &= 2^{12} \cdot (3 + 5 - 7) = 2^{12} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Nasıl Uygularım?

1. Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

$$\rightarrow 12 \cdot 3^4 - 7 \cdot 3^4 + 4 \cdot 3^4$$

(3⁶)

$$\rightarrow 4 \cdot 5^{-7} - 2 \cdot 5^{-7} + 8 \cdot 5^{-7} + 16 \cdot 5^{-7}$$

(26 \cdot 5^{-7})

$$\rightarrow 7 \cdot x^{\frac{2}{3}} - 2 \cdot x^{\frac{2}{3}} + 3 \cdot x^{\frac{2}{3}}$$

(8 \cdot x^{\frac{2}{3}})

$$\rightarrow 5 \cdot 81^3 + 7 \cdot 27^4 - 13 \cdot 9^6$$

(-3^{12})

$$\rightarrow 2 \cdot 9^{-3} + 4 \cdot 27^{-2}$$

(6 \cdot 3^{-6})

Üslü İfadeler

Ne Bilmeliyim? 5



Üslü İfadelerde Çarpma İşlemi



Üslü ifadeler çarpılırken, tabanları aynı ise üsler toplamı ortak tabana üs olarak yazılır. Eğer üsler aynı, tabanlar farklı ise ortak olan üs tabanların çarpımına üs olarak yazılır.

$$x^m \cdot x^n = x^{m+n}$$

$$x^n \cdot y^n = (x \cdot y)^n \text{ dir.}$$

$$\checkmark 3^4 \cdot 3^5 \cdot 3^{-2} = 3^{4+5-2} = 3^7$$

$$\checkmark 2^3 \cdot 2^5 = 2^{3+5} = 2^8$$

$$\checkmark (-3) \cdot (-3)^2 = (-3)^{1+2} = (-3)^3 = -27$$

$$\checkmark 2^4 \cdot 3^4 = (2 \cdot 3)^4 = 6^4$$

$$\checkmark 2^5 \cdot 5^5 = (2 \cdot 5)^5 = 10^5$$

$$\checkmark 15^5 = (5 \cdot 3)^5 = 5^5 \cdot 3^5$$

$$\checkmark 35^3 = (7 \cdot 5)^3 = 7^3 \cdot 5^3$$

$$\checkmark 3^{x+3} = 3^x \cdot 3^3$$

$$\checkmark 7^{11} = 7^9 \cdot 7^2 = 7^6 \cdot 7^5 = 7^3 \cdot 7^8$$



Yani kuralları iki taraflı bilmemiz gerekir, neyin ne zaman lazım olacağı belli olmaz.

Örnek

$(27)^3 \cdot 9^5$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

$$(27)^3 \cdot 9^5 = (3^3)^3 \cdot (3^2)^5 = 3^9 \cdot 3^{10} = 3^{9+10} = 3^{19} \text{ bulunur.}$$

Örnek

$9^{-x+1} \cdot 3^{2x+3}$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm



Çarpma işlemi fakat tabanlar yine farklı üslerde eşit değil. Tabanları eşitleyebilir miyiz?

$$\begin{aligned} 9^{-x+1} \cdot 3^{2x+3} &= (3^2)^{-x+1} \cdot 3^{2x+3} \\ &= 3^{2 \cdot (-x+1)} \cdot 3^{2x+3} \\ &= 3^{-2x+2} \cdot 3^{2x+3} \\ &= 3^{-2x+2+2x+3} \\ &= 3^5 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Örnek

$15^2 + 10^2 + 5^2$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

$$\begin{aligned} (3 \cdot 5)^2 + (2 \cdot 5)^2 + 5^2 &= 3^2 \cdot 5^2 + 2^2 \cdot 5^2 + 5^2 \\ &= 5^2 \cdot [3^2 + 2^2 + 1] \\ &= 5^2 \cdot [9 + 4 + 1] \\ &= 5^2 \cdot 15 = 25 \cdot 15 \\ &= 375 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Örnek

$2^{14} + 2^{15} + 2^{16}$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm



Tabanlar aynı üsler farklı. Bu haliyle toplama işlemi yapılamaz. O halde, düzenleme yapalım.

$$\begin{aligned} 2^{14} + 2^{14+1} + 2^{14+2} &= 2^{14} + 2^{14} \cdot 2^1 + 2^{14} \cdot 2^2 \\ &= 2^{14} \cdot [1 + 2 + 2^2] \\ &= 7 \cdot 2^{14} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Örnek

$5 \cdot 4^8 - 7 \cdot 8^4$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm



Yine toplama işlemi ama burada ne tabanlar ne üsler aynı yine düzenleyelim.

$$\begin{aligned}
 5 \cdot (2^2)^8 - 7 \cdot (2^3)^4 &= 5 \cdot 2^{16} - 7 \cdot 2^{12} \\
 &= 5 \cdot 2^{4+12} - 7 \cdot 2^{12} \\
 &= 5 \cdot 2^4 \cdot 2^{12} - 7 \cdot 2^{12} \\
 &= 2^{12} \cdot (5 \cdot 16 - 7) \\
 &= 73 \cdot 2^{12} \text{ bulunur.}
 \end{aligned}$$

Nasıl Uygularım?



1. Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

$$\rightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^{0,6} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{1,8} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{1,6}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^4$$

$$\rightarrow (-3)^3 \cdot (-3)^{13} \cdot (-3)^6$$

$$(3^{22})$$

$$\rightarrow 2^4 \cdot 64^6 \cdot 16^{-5}$$

$$(2^{20})$$

$$\rightarrow (8^5)^{-3} \cdot (32^{-2})^7$$

$$(2^{-115})$$

$$\rightarrow 5^{-x} + 3 \cdot 5^x - 2 \cdot 5^8 - 5^x$$

$$(5^9 - 5^x)$$

Nasıl Uygularım?



2. $3^2 \cdot 9^3 \cdot 27^4$

işleminin sonucu kaçtır?

$$(3^{20})$$

3. $2^{0,1} \cdot 16^{0,2} \cdot 8^{-0,3}$

işleminin sonucu kaçtır?

$$(1)$$

4. $3^{-x} + 3 \cdot 3^{2x} - 1 \cdot 3^{5-3x}$

işleminin sonucunu bulunuz.

$$(3^{7-2x})$$

5. $4^a + 1 \cdot 8^{-a} + 2$

işleminin sonucunu bulunuz.

$$(2^{8-a})$$

Nasıl Uygularım?



6. $3^7 + 3^8 + 3^9$
işleminin sonucu kaçtır?

(13·3⁷)

9. $10^5 + 5^5$
işleminin sonucu kaçtır?

(33·5⁵)

7. $5^{-2} + 5^{-3} + 5^{-4}$
işleminin sonucu kaçtır?

(31·5⁻⁴)

İPUCU

Bütün üslü ifadelerden en küçük kuvvet türünden yazalım.
Örneğin; $5^{-2} = 5^{-4+2}$

10. $21^4 + 14^4 - 7^4$
işleminin sonucu kaçtır?

(96·7⁴)

8. $10^{-5} + 10^{-6} - 10^{-7}$
işleminin sonucu kaçtır?

(109·10⁻⁷)

11. $15^3 \cdot 45^4 \cdot 5^4$
işleminin sonucu kaçtır?

(15¹¹)

Ne Bilmeliyim? 6

Üslü İfadelerde Bölme İşlemi



İki üslü ifade bölünürken, tabanları aynı ise payın üssünden payda-
nın üssü çıkarılarak bulunan fark ortak olan tabana üs olarak yazılır.
Eğer üsler aynı tabanlar farklı ise ortak olan üs tabanların bölümüne
üs olarak yazılır.

$$x^m : x^n = x^{m-n}$$

$$x^n : y^n = (x : y)^n$$

$$\checkmark \frac{3^8}{3^5} = 3^{8-5} = 3^3 = 27$$

$$\checkmark \frac{2^{-3}}{2^5} = 2^{-3-5} = 2^{-8}$$

$$\checkmark \frac{(36)^4}{6^3} = \frac{(6^2)^4}{6^3} = \frac{6^8}{6^3} = 6^{8-3} = 6^5$$

$$\checkmark \frac{10^8}{(25)^4} = \frac{10^8}{(5^2)^4} = \frac{10^8}{5^8} = \left(\frac{10}{5}\right)^8 = 2^8 = 256 \text{ dir.}$$



Bir kesrin payında (çarpım halinde) bulunan bir üslü ifadeyi paydaya
ya da kesrin paydasında (çarpım halinde) bulunan bir üslü ifadeyi
paya yazarken bu ifadenin üssünün işareti değiştirilir.

$$\checkmark \frac{x^m \cdot y^n}{z^p} = \frac{x^m \cdot z^{-p}}{y^{-n}} = \frac{z^{-p}}{x^{-m} \cdot y^{-n}} \text{ gibi.}$$

Nasıl Çözülür?

Örnek

$$\frac{(-2)^{-4} \cdot 3^{-2}}{5^{-2}}$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{(-2)^{-4} \cdot 3^{-2}}{5^{-2}} &= \frac{5^2}{(-2)^4 \cdot 3^2} \\ &= \frac{25}{16 \cdot 9} = \frac{25}{144} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Örnek

$$\frac{2^{14} + 2^{13}}{2^{15} - 2^{13}}$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm



Üslü ifadeler eşit olmadığına göre toplama çıkarma yapılamaz. O halde,
daha önce yaptığımız gibi düzenleme yaparak üslü ifadeleri aynı yapalım.

$$\begin{aligned} \frac{2^{14} + 2^{13}}{2^{15} - 2^{13}} &= \frac{2^{13} + 1 + 2^{13}}{2^{13} + 2 - 2^{13}} = \frac{2^1 \cdot 2^{13} + 2^{13}}{2^2 \cdot 2^{13} - 2^{13}} \\ &= \frac{2^{13} \cdot (2 + 1)}{2^{13} \cdot (2^2 - 1)} \\ &= \frac{2^{13} \cdot 3}{2^{13} \cdot 3} = 1 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Örnek

$$\frac{15^5 + 10^5}{3^5 + 2^5}$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm



Yine toplama yine üslü ifadeler eşit değil, Bu seferde üslü ifadeleri eşit-
lemenin başka bir tipini uygulayalım.

$$\begin{aligned} \frac{15^5 + 10^5}{3^5 + 2^5} &= \frac{(3 \cdot 5)^5 + (2 \cdot 5)^5}{3^5 + 2^5} \\ &= \frac{3^5 \cdot 5^5 + 2^5 \cdot 5^5}{3^5 + 2^5} \\ &= \frac{5^5 \cdot (3^5 + 2^5)}{3^5 + 2^5} = 5^5 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Nasıl Çözülür?



Örnek

$$\frac{3^{x+2} + 3^{x+3}}{3^{x-2} + 3^{x-1}}$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

Hocam, artık toplama işleminde ne yapacağımızı öğrendik. Ortak çarpan parantezi...



$$\begin{aligned} \frac{3^{x+2} + 3^{x+3}}{3^{x-2} + 3^{x-1}} &= \frac{3^{x+2} + 3^{x+2+1}}{3^{x-2} + 3^{x-2+1}} \\ &= \frac{3^{x+2} + 3^{x+2} \cdot 3^1}{3^{x-2} + 3^{x-2} \cdot 3^1} \\ &= \frac{3^{x+2} \cdot (1 + 3)}{3^{x-2} \cdot (1 + 3)} \\ &= \frac{3^{x+2}}{3^{x-2}} \\ &= 3^{(x+2)-(x-2)} = 3^{x+2-x+2} = 3^4 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Nasıl Uygularım?



1. Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

$$\rightarrow \frac{3^5 \cdot 3^7}{3^4}$$

(3⁸)

$$\rightarrow \frac{4^5 \cdot 8^7}{16^{-3}}$$

(2⁴³)

$$\rightarrow \frac{(2^2)^{-3} \cdot (2^3)^7}{(2^4)^{-5}}$$

(2³⁵)

$$\rightarrow \frac{a^x \cdot a^{x+3}}{a^{-3}}$$

(a^{2x+6})

$$\rightarrow \frac{3^{2x-5} \cdot 3^{x+4}}{3^{x-3}}$$

(3^{2x+2})

Nasıl Uygularım?



2.

$$\frac{3^{2x} + 1 \cdot 3^{x-2}}{3^{-x} + 3}$$

İşleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 3^{4x} B) 3^{4x-2} C) 3^{4x-4}
D) 3^{2x-4} E) 3^{2x-2}

(C)

3.

$$\frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{2 + 2 + 2 + 2 + 2}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 3,2 B) 6,4 C) 16 D) 32 E) 64

(B)

4.

$$\frac{5^6 + 5^7}{5^6}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 5^6 E) 5^7

(A)

5.

$$\frac{21^4 - 14^4}{7^4}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 7^5 B) $3 \cdot 7^3$ C) 75 D) 65 E) 49

(D)

6.

$$\frac{2^{2x} + 3 + 2^{2x} + 2}{4^x - 1 - 4^x - 2}$$

İşleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 64 B) 16 C) $\frac{1}{16}$ D) $\frac{1}{32}$ E) $\frac{1}{64}$

(A)

7.

$$\frac{7^{3x}}{7^{2x}} + \frac{7^{4x}}{7^{3x}} - \frac{7^{5x}}{7^{4x}}$$

İşleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 7^{3x} B) 7^{2x} C) 7^x D) $3 \cdot 7^x$ E) $2 \cdot 7^x$

(C)

8.

$$\frac{18^3}{27^3 + 18^3 + 9^3}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{27}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{2}{9}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{4}{9}$

(C)

İPUÇU

Pay ve payda arasında ortak bir çarpan bulmalısınız.

Üslü İfadeler

Nasıl Çözülür?



Örnek

$2^x = 3$ olduğuna göre;

$$\left(\frac{1}{8}\right)^{2x-1}$$

ifadesinin sonucunu bulalım.

Çözüm



Verilen $2^x = 3$, o halde, soruların içerisinde verileni elde etmeye çalışalım.

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{8}\right)^{2x-1} &= 8^{-(2x-1)} = 8^{-2x+1} \\ &= (2^3)^{-2x+1} = 2^{-6x+3} = 2^{-6x} \cdot 2^3 = (2^x)^{-6} \cdot 2^3 \end{aligned}$$

Verilen ifade ortaya çıktı hocam. 2^x yerine 3 yazalım.



$$= (3)^{-6} \cdot 2^3 = \frac{2^3}{3^6} = \frac{8}{3^6} \text{ bulunur.}$$

Örnek

$$2^x = a \text{ ve } 7^x = b$$

olduğuna göre, 392^x ifadesinin a ve b türünden eşitini bulalım.

Çözüm



392^x i bulabilmek için öncelikler tabandaki 392'yi asal çarpanlarına ayıralım, bakalım ortaya ne çıkacak.

$$\begin{array}{r|l} 392 & 2 \\ 196 & 2 \\ 98 & 2 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} 2^3 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} 7^2$$

$$392^x = (2^3 \cdot 7^2)^x = (2^3)^x \cdot (7^2)^x = (2^x)^3 \cdot (7^x)^2$$



Şimdi verilenlere göre $2^x = a$ ile $7^x = b$ yi yerine yazalım.

$$392^x = (2^x)^3 \cdot (7^x)^2 = a^3 \cdot b^2 \text{ bulunur.}$$

Örnek

x ve y gerçel sayıları için

$$2^x = 6^{x+y}$$

olduğuna göre, 3^x in y türünden eşitini bulalım.

Çözüm



Bu soruda özellikleri tersten kullanalım.

$$\begin{aligned} 2^x = 6^{x+y} &\Rightarrow 2^x = 6^x \cdot 6^y \\ &\Rightarrow 2^x = (2 \cdot 3)^x \cdot 6^y \\ &\Rightarrow 2^x = 2^x \cdot 3^x \cdot 6^y \\ &\Rightarrow 1 = 3^x \cdot 6^y \\ &\Rightarrow \frac{1}{6^y} = 3^x \\ &\Rightarrow 3^x = 6^{-y} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Nasıl Uygularım?



1. Aşağıdaki verilere göre istenilen ifadenin eşitini bulunuz.

$$\rightarrow 2^x = a \text{ ise } 2^{3x} = ?$$

$$(a^3)$$

$$\rightarrow 3^x = 2 \text{ ise } 27^{x+1} = ?$$

$$(216)$$

$$\rightarrow 5^x = a \text{ ise } (125)^{1-x} = ?$$

$$\left(\frac{125}{a^3}\right)$$

Nasıl Uygularım?



2. $3^{x-1} = 2$ ise $9^x = ?$

(36)

→ $3^x = a$ ve $5^x = b$ ise $(225)^x = ?$

 $(a^2 \cdot b^2)$

→ $2^x = a$ ve $3^x = b$ ise $\left(\frac{16}{81}\right)^x = ?$

 $\left(\frac{a}{b}\right)^4$

3. $5^m = 2$ olduğuna göre,

$$5^{3m+2}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 25 B) 50 C) 75 D) 100 E) 200

(E)

4. $5^x = 2$

olduğuna göre, 25^{2x-1} ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{16}{25}$ C) $\frac{8}{25}$ D) $\frac{8}{5}$ E) $\frac{9}{5}$

(B)

5. $3^x = 2$

olduğuna göre, $(81)^x + 3^{x+2}$ değeri kaçtır?

- A) 16 B) 18 C) 32 D) 34 E) 36

(D)

Nasıl Uygularım?



6. $2^x = a$ ve $3^x = b$

olduğuna göre, 36^x ifadesinin a ve b türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) a^2b B) ab^2 C) a^2b^2 D) a^3b E) ab^3

(C)

7. $3^m = a$

$7^m = b$

olduğuna göre, $(189)^m$ nin a ve b türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) a^2b B) ab^2 C) a^3b D) a^2b^2 E) ab^3

(C)

8. $3^x = a$ ve $5^x = b$

olduğuna göre, $\left(\frac{27}{25}\right)^x$ ifadesinin a ve b türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{a^2}{b^2}$ B) $\frac{a^2}{b^3}$ C) $\frac{a}{b^3}$ D) $\frac{a^3}{b^2}$ E) $\left(\frac{a}{b}\right)^4$

(D)

9. $6^{x-1} = 5 \cdot 3^{x+1}$

olduğuna göre, 2^x kaçtır?

- A) 90 B) 60 C) 5^3 D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{25}$

(A)

10. $5^x = 15^{x+y}$

olduğuna göre, 3^x in y türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 5^y B) 3^y C) 15^y D) 5^{-y} E) 15^{-y}

(E)

11. x ve y gerçel sayıları için

$15^x = 3^{x+y}$

olduğuna göre, 5^x in y türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 3^y B) 5^y C) 3^{2y} D) $2y$ E) y

(A)

Ne Bilmeliyim? 7

Üslü Denklemler

► Birbirine eşit olan iki üslü ifadenin tabanları aynı ise üsleri de birbirine eşit olmalıdır.

$$x^m = x^n \Rightarrow m = n \text{ dir. } (x \neq 0, x \neq \pm 1)$$

Nasıl Çözülür?

Örnek

$$3^{x+2} = 81$$

denkleminin kökünü bulalım.

Çözüm

$$3^{x+2} = 81 \Rightarrow 3^{x+2} = 3^4 \quad (\text{Tabanlar eşit})$$

$$\Rightarrow x + 2 = 4$$

$$\Rightarrow x = 2 \text{ dir.}$$

Örnek

$$(32)^{4n} = 16^5$$

olduğuna göre, n'yi bulalım.

Çözüm



Üsler eşit mi? Hayır. Tabanlar eşit mi? Hayır. Ne yapılabiliriz?

Hocam, tabanları eşitleyelim.

$$(32)^{4n} = 16^5 \Rightarrow (2^5)^{4n} = (2^4)^5$$

$$\Rightarrow 2^{20n} = 2^{20} \quad (\text{tabanlar eşit})$$

$$\Rightarrow 20 \cdot n = 20$$

$$\Rightarrow n = 1 \text{ bulunur.}$$

Nasıl Çözülür?

Örnek

$$\left(\frac{1}{25}\right)^{3-x} = 625^{x-1}$$

denkleminin kökünü bulalım.

Çözüm

$$\left(\frac{1}{25}\right)^{3-x} = 625^{x-1} \Rightarrow (5^{-2})^{3-x} = (5^4)^{x-1}$$

$$\Rightarrow 5^{-6+2x} = 5^{4x-4}$$

$$\Rightarrow -6 + 2x = 4x - 4$$

$$\Rightarrow -2 = 2x$$

$$\Rightarrow x = -1 \text{ bulunur.}$$

Örnek

$$3 \cdot 2^{x+1} + 10 \cdot 2^x = 64$$

olduğuna göre, x in değerini bulalım.

Çözüm

$$3 \cdot 2^{x+1} + 10 \cdot 2^x = 64 \Rightarrow 3 \cdot 2^x \cdot 2^1 + 10 \cdot 2^x = 64$$

$$\Rightarrow 6 \cdot 2^x + 10 \cdot 2^x = 64$$

$$\Rightarrow 16 \cdot 2^x = 64$$

$$\Rightarrow 2^x = \frac{64}{16} = 4$$

$$\Rightarrow 2^x = 2^2$$

$$\Rightarrow x = 2 \text{ bulunur.}$$

Nasıl Uygularım?



1. Aşağıdaki denklemleri sağlayan x değerlerini bulunuz.

$$\rightarrow 2^{-x+5} = 128$$

(-2)

$$\rightarrow 8^{2x+3} = 512$$

(0)

$$\rightarrow \left(\frac{1}{16}\right)^{x-2} = 64$$

$\left(\frac{1}{2}\right)$

$$\rightarrow 9^{3x-1} = 243^x$$

(2)

2. $2^{a-2} = 8$

olduğuna göre, 4^{a-3} değeri kaçtır?

- A) 4 B) 16 C) 32 D) 64 E) 256

(B)

3. $2^x + 2^x + 2^x = 12$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

(C)

4. $3^{x+1} + 3^x = 36$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

(B)

Nasıl Uygularım?



5. $2^x \cdot 4^x \cdot 8^x = 256$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{8}{9}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{1}{3}$
(D)

6. $2^{a-2} = 16$

olduğuna göre, 4^{a-4} değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{16}$ C) 4 D) 16 E) 64
(D)

7. $\frac{a}{b} = 2$ ve $\left(\frac{b}{a}\right)^n = 8$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) -2 B) -3 C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{4}$
(B)

Ne Bilmeliyim? 8



► Üsleri eşit olan bir üslü denklemde; üs tek sayı ise tabanlar eşit, üs çift sayı ise tabanlar eşit ya da tabanlardan biri diğerinin ters işaretlisine eşittir.

($a \neq \pm 1$, $b \neq \pm 1$) ve $n \neq 0$ olmak üzere,

$$a^n = b^n \Rightarrow \begin{cases} a = b ; & n \text{ tek sayı ise,} \\ a = b \text{ veya } a = -b ; & n \text{ çift sayı ise,} \end{cases}$$

Nasıl Çözülür?



Örnek

$$(x + 1)^5 = 32$$

denkleminin köklerini bulalım.

Çözüm

$$(x + 1)^5 = 32 \Rightarrow (x + 1)^5 = 2^5 \quad (\text{Üsler eşit ve tek sayı})$$

$$\Rightarrow x + 1 = 2$$

$$\Rightarrow x = 1 \text{ bulunur.}$$

Örnek

$$(x + 1)^4 = 16$$

olduğuna göre, x'in alabileceği değerleri bulalım.

Çözüm

$$(x + 1)^4 = 2^4 \quad (\text{üstler eşit ve çift sayı})$$

$$x + 1 = 2 \Rightarrow x = 1 \text{ dir.}$$

veya

$$x + 1 = -2 \Rightarrow x = -3 \text{ tür.}$$

Buna göre, Ç.K. = $\{-3, 1\}$ dir.

Nasıl Uygularım?



1. Aşağıdaki denklemleri sağlayan x değerlerini bulunuz.

$$\rightarrow (3x - 4)^5 = (x + 6)^5$$

(5)

$$\rightarrow (2x - 6)^2 = (x + 5)^2$$

$$\left(x_1 = 11, x_2 = \frac{1}{3} \right)$$

$$\rightarrow (x - 2)^3 = 8$$

(4)

$$\rightarrow (3x + 2)^4 = 81$$

$$\left(x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = -\frac{5}{3} \right)$$

$$\rightarrow (2x + 1)^5 = 32$$

 $\left(\frac{1}{2} \right)$

$$\rightarrow (6 - x)^6 = 64 \cdot x^6$$

$$(x_1 = -6, x_2 = 2)$$

Ne Bilmeliyim? 9

$$x^n = 1 \Rightarrow \begin{cases} n = 0 & \text{ve } x \neq 0 \\ x = 1 & \text{ve } n \text{ reel sayı} \\ x = -1 & \text{ve } n \text{ çift sayı} \end{cases}$$

olmalıdır.

Nasıl Çözülür?

Örnek

$$(x - 3)^{x+2} = 1$$

denkleminin çözüm kümesi bulalım.

Çözüm



Yukarıdaki üç durumu sırayla uygulayalım.

i. $x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$

$$x = -2 \text{ için } x - 3 = -2 - 3 = -5 \neq 0$$

olduğundan $x = -2$ denklemi sağlar.



Üs sıfır oldu fakat taban sıfır olmadı mükemmel oldu.

ii. $x - 3 = 1 \Rightarrow x = 4$ denklemi sağlar.

iii. $x - 3 = -1$ ve $x + 2$ çift sayı olmalı

$$x - 3 = -1 \Rightarrow x = 2 \text{ ve } 2 + 2 = 4 \text{ çift sayıdır.}$$



Taban -1 oldu üs de çift sayı oldu bu da mükemmel oldu.

O halde, Ç.K. = $\{-2, 2, 4\}$ dir.

Nasıl Uygularım?

1. Aşağıdaki denklemleri sağlayan x değerlerini bulunuz.

$$\rightarrow (x - 5)^{x+4} = 1$$

$\{-4, 4, 6\}$

$$\rightarrow (2x + 1)^{3x-3} = 1$$

$\{-1, 0, 1\}$

$$\rightarrow (x - 2)^{4-x} = 1$$

$\{3, 4\}$

Ne Bilmeliyim? 10

$$\left. \begin{array}{l} a^x = b^y \\ a^n = b^m \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{x}{n} = \frac{y}{m} \text{ dir.}$$

Tabanları aralarında asal ve üsleri tam sayı olan iki üslü ifade birbirine eşitse, üsleri sıfır olmalıdır.

a ve b aralarında asal ve m ve n tamsayı ise,

$$a^n = b^m \Rightarrow n = m = 0 \text{ dir.}$$

Nasıl Çözülür?

Örnek

x, y, z ve t sıfırdan farklı gerçel sayılar olmak üzere,

$$2^x = 27^y$$

$$2^z = 9^t$$

olduğuna göre, $\frac{x \cdot t}{y \cdot z}$ nin değerini bulalım.

Çözüm



Üslü denklemlerde tabanlar eşit mi? Değil. Üsler eşit mi? Değil.



Özel durumlardan faydalanalım ama önce düzenleme yapmamız gerekli.

$$\left. \begin{array}{l} 2^x = 27^y \Rightarrow 2^x = 3^{3y} \\ 2^z = 9^t \Rightarrow 2^z = 3^{2t} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{x}{z} = \frac{3 \cdot y}{2 \cdot t} \Rightarrow 2 \cdot x \cdot t = 3 \cdot y \cdot z$$

$$\Rightarrow \frac{x \cdot t}{y \cdot z} = \frac{3}{2} \text{ bulunur.}$$

Örnek

a ve b tam sayı olmak üzere,

$$16^{4b+12} = 27^{3a-15}$$

olduğuna göre, a + b nin değerini bulalım.

Çözüm



Ne tabanlar eşit ne de üsler. Eşitleme durumumuz da yok. 16 ve 17 aralarında asal. Ama üsler tam sayı olduğundan sıfır olması dışında seçenek kalmıyor.

$$16^{4b+12} = 27^{3a-15}$$

$$4b + 12 = 0 \Rightarrow 4b = -12 \Rightarrow b = -3 \text{ tür.}$$

$$3a - 15 = 0 \Rightarrow 3a = 15 \Rightarrow a = 5 \text{ dir.}$$

Buradan, a + b = -3 + 5 = 2 bulunur.

Nasıl Uygularım?

1. Aşağıda verilen denklemlere göre, a · b değerini bulunuz.

$$2^a = 5$$

$$5^b = 4$$

(2)

$$4^a = 3$$

$$9^b = 2$$

$\left(\frac{1}{4}\right)$

$$8^{-a} = 3$$

$$27^{-b} = 4$$

$\left(\frac{2}{9}\right)$

$$25^x = 8^a \text{ ve } 4^y = 5^b$$

$\left(\frac{2xy}{3}\right)$

Nasıl Uygularım?



1. a ve b tam sayılar olmak üzere, aşağıdaki denklemleri sağlayan a ve b değerlerini bulunuz.

$$\rightarrow 2^{a-4} = 7^{b+3}$$

$$(a = 4, b = -3)$$

$$\rightarrow 16^{3b-12} = 27^{4a+20}$$

$$(a = -5, b = 4)$$

$$\rightarrow 3^{a+b-3} = 17^{2a-b+9}$$

$$(a = -2, b = 5)$$

$$\rightarrow 5^{a \cdot b + 36} = 9^a + b$$

$$(a = 6, b = -6) \text{ veya } (a = -6, b = 6)$$

Ne Bilmeliyim? 11



Üslü Eşitsizlikler

- $a > 1$ olmak üzere,
 $a^n > a^m \Rightarrow n > m$ dir.
- $0 < a < 1$ olmak üzere,
 $a^n > a^m \Rightarrow n < m$ dir.

Üslü İfadelerde Sıralama

- Üslü ifadelerde sıralama yapılırken sıralanacak sayıların tabanları veya üsleri eşitlenir.

Nasıl Çözülür?



Örnek

$$x = (2^3)^4, y = 2^{(2^3)}, z = 2^{15}$$

x, y, z yi sıralayalım.

Çözüm



Tabanlar eşit olduğuna göre, üsleri düzenleyelim.

$$x = (2^3)^4 = 2^{3 \cdot 4} = 2^{12}, y = 2^{(2^3)} = 2^8, z = 2^{15}$$



Tabanlar eşit ve 1 den büyük olduğuna göre,

$2^8 < 2^{12} < 2^{15}$ olduğundan, $y < x < z$ olur.

Örnek

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x+4} < 4^{2x}$$

eşitliğinin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm



Tabanları düzenleyip yine eşit hale getirelim.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x+4} < 4^{2x} \Rightarrow (2^{-1})^{x+4} < (2^2)^{2x} \Rightarrow 2^{-x-4} < 2^{4x}$$



Yine, tabanlar eşit ve 1'den büyük olduğuna göre, eşitsizlik yönü aynı kalacak demektir.

$$\Rightarrow -x-4 < 4x \Rightarrow -4 < 5x \Rightarrow -\frac{4}{5} < x \text{ dir.}$$

olduğuna göre, Ç.K. = $\left(-\frac{4}{5}, \infty\right)$ olur.

Nasıl Uygularım?



1. Aşağıdaki a, b, c sayılarını sıralayınız.

$$\rightarrow a = 2^{11}, \quad b = 4^3, \quad c = 8^5$$

$$(b < a < c)$$

$$\rightarrow a = 5^{-5}, \quad b = 5^{-7}, \quad c = 5^{-12}$$

$$(c < b < a)$$

$$\rightarrow a = 2^{(24)}, \quad b = 4^{(32)}, \quad c = (8^2)^3$$

$$(a < b = c)$$

$$\rightarrow a = \left(\frac{1}{4}\right)^9, \quad b = \left(\frac{1}{16}\right)^5, \quad c = \left(\frac{1}{8}\right)^4$$

$$(b < a < c)$$

2. Aşağıdaki eşitsizliklerin çözüm kümelerini bulunuz.

$$\rightarrow 2^{5-n} \geq 64$$

$$(-\infty, -1]$$

$$\rightarrow 3^{3n-6} < 3^{2n+5}$$

$$(-\infty, 11)$$

$$\rightarrow 8^{4n-1} > 4^{3n+5}$$

$$\left(\frac{13}{6}, \infty\right)$$

$$\rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{3-x} < \left(\frac{1}{9}\right)^{3x-4}$$

$$\left(-\infty, \frac{11}{7}\right)$$

Nasıl Uygularım?



3. $a = 2^7$, $b = 4^3$, $c = 8^4$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $a < b < c$ B) $a < c < b$ C) $b < c < a$
D) $b < a < c$ E) $c < b < a$

(D)

4. $x = \left(\frac{1}{3}\right)^5$, $y = \frac{1}{81}$, $z = \frac{1}{3^6}$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $x < y < z$ B) $x < z < y$ C) $z < y < x$
D) $z < x < y$ E) $y < x < z$

(D)

5. $4^x + 1 \leq 16^{2x-1}$

eşitsizliğin çözüm kümesini aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[1, \infty)$ B) $[-1, \infty)$ C) $[1, 4]$
D) $[-1, 4]$ E) $(-\infty, 1]$

(A)

6. $27^{x-1} > 81$

olduğuna göre, x in alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

(C)

7. $9^{m+1} > \left(\frac{1}{3}\right)^{m+2}$

eşitsizliğini sağlayan en küçük m tam sayısı kaçtır?

- A) -1 B) -3 C) -4 D) 2 E) 3

(A)

Ne Bilmeliyim? 12

Çok Büyük Veya Çok Küçük Sayılar

a bir rakam olmak üzere,

$a000 \dots 0 = a \cdot 10^n$ biçiminde yazılabilir.
n tane sıfır

$0,000 \dots 0a = a \cdot 10^{-n}$ biçiminde yazılabilir.
n tane rakam

✓ $0,000007 = 7 \cdot 10^{-6}$
6 basamak

✓ $0,0000008 = 8 \cdot 10^{-7} = 0,8 \cdot 10^{-6} = 0,08 \cdot 10^{-5}$
7 basamak



$A \cdot 10^n$ şeklindeki üslü ifade de A büyüdükçe n küçülür.

✓ $73 \cdot 10^{25} = 730 \cdot 10^{24} = 7300 \cdot 10^{23}$

✓ $148 \cdot 10^{45} = 14,8 \cdot 10^{46} = 1,48 \cdot 10^{47}$

Nasıl Çözülür?

Örnek

$$143000000000 = 1430 \cdot 10^x$$

eşitliğinin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

$$143000000000 = 143 \cdot 10^9 = 1430 \cdot 10^8$$

9 tane sıfır

olduğundan, $x = 8$ bulunur.

Nasıl Çözülür?

Örnek

$$0,000007 + 0,0000008$$

toplamın sonucunun bilimsel şekilde gösterilimini bulalım.

Çözüm



Verilen sayı, $0 \leq A < 10$ olmak üzere, $A \cdot 10^n$ şeklinde yazmamız gerekir.

$$0,000007 = 7 \cdot 10^{-6}$$

6 basamak

$$0,0000008 = 8 \cdot 10^{-7} = 0,8 \cdot 10^{-6}$$

7 basamak



10'nun üslerini aynı yapmak için, 8'i küçültüp 0,8 yapınca 10'nun üzerindeki -7'yi büyütüp -6 yaptık.

$$0,000007 + 0,0000008 = 7 \cdot 10^{-6} + 0,8 \cdot 10^{-6} = 7,8 \cdot 10^{-6}$$

Örnek

$$8 \cdot (25)^4 \cdot (20)^3$$

sayısının kaç basamaklı bir sayı olduğunu bulalım.

Çözüm



Yukardaki çarpma işlemini yapıp sonucu bulamayacağımıza göre, yapılacak iş sayıyı 10'un kuvveti olacak şekilde düzenlemektir. 10'un asal çarpanları da 5 ve 2 olduğundan,

$$\begin{aligned} 8 \cdot (25)^4 \cdot (20)^3 &= 2^3 \cdot (5^2)^4 \cdot (2^2 \cdot 5)^3 \\ &= 2^3 \cdot 5^8 \cdot 2^6 \cdot 5^3 \\ &= 2^{3+6} \cdot 5^{8+3} \\ &= 2^9 \cdot 5^{11} \\ &= 2^9 \cdot 5^9 \cdot 5^2 \\ &= 5^2 \cdot (2 \cdot 5)^9 \\ &= 5^2 \cdot 10^9 \\ &= 25 \cdot 10^9 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$



İki basamaklı 25'in yanına 9 tane sıfır yazınca bu sayı $2 + 9 = 11$ basamaklı olur.

Nasıl Uygularım?



1. Aşağıdaki sorularda istenenleri bulunuz.

→ $23000000000 = 23 \cdot 10^x$ ise x kaçtır?

(9)

→ $0,000000017 = 1,7 \cdot 10^x$ ise x kaçtır?

(-8)

→ $3010000000 = 3,01 \cdot 10^x$ ise x kaçtır?

(9)

→ $0,00000003 = 300 \cdot 10^x$ ise x kaçtır?

(-10)

2. $0,00005 + 0,00012$

toplamının sonucunun bilimsel gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $1,7 \cdot 10^{-4}$ B) $5,7 \cdot 10^{-4}$ C) $1,7 \cdot 10^{-5}$
D) $1,2 \cdot 10^{-6}$ E) $1,7 \cdot 10^{-8}$

(A)

3.

$$\frac{0,25 \cdot 10^{-2} + 0,5 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^{-4}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 10 B) 5 C) 10^{-1} D) $5 \cdot 10^{-1}$ E) $5 \cdot 10^{-2}$

(A)

4.

$$\frac{0,0002 \cdot 10^{40} + 0,08 \cdot 10^{38}}{10^{36}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{1}{100}$ C) 10 D) 100 E) 1

(C)

5.

$$256 \cdot 5^7$$

sayısı kaç basamaklı bir sayıdır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

(C)

6.

$$(20)^5 \cdot (15)^3$$

sayısı kaç basamaklı bir sayıdır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

(D)

Üslü İfadeler

1. Bir hesap makinesinde $\times$ tuşu bozuk olduğundan $\times$ tuşuna her basıldığında ekranda yazılı sayısının karesi alınmaktadır.

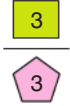
Buna göre, ekranda 2 sayısı yazılıyken $\times$ tuşuna art arda kaç kere basılırsa ekrandaki sayının değeri 4^{16} olur?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

2. n kenarlı bir düzgün çokgenin içine yazılan a doğal sayısı ile oluşturulan sembolün değeri, $a^n + a^{n-1}$ ifadesi ile bulunur.

Örneğin; $\boxed{2} = 2^4 + 2^3$ tür.

Buna göre,



işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) 1 C) 3 D) 9 E) 27

3. Dünya'da karaların alanı $1491 \cdot 10^5$ km² dir. Dünya nüfusu yaklaşık olarak $8,1 \cdot 10^9$ kişidir.

Bu bilgilere göre, Dünya'da km başına kaç kişi düşmektedir?

- A) $\frac{27}{497} \cdot 10^3$ B) $\frac{27}{497} \cdot 10^4$ C) $27 \cdot 10^3$
D) $\frac{497}{27} \cdot 10^3$ E) $\frac{497}{27} \cdot 10^4$

4. Bir kamyonetteki 16 sıranın her birinde üst üste 8 kasa ve her bir kasanın içerisinde 4 kat olmak üzere her katta 32 tane mandalina vardır.

Buna göre, bu kamyonette toplam kaç tane mandalina vardır?

- A) 2^{12} B) 2^{13} C) 2^{14} D) 2^{15} E) 2^{16}

- 5.



Gömlek
 $2^a + 2$



Ayakkabı
 $4^a - 1$

Şekilde bir mağazanın vitrinindeki ayakkabı ve gömleğin fiyatı etiketlerinde yazılmıştır.

10 tane gömleğin fiyatı 5 tane ayakkabı fiyatına eşit olduğuna göre, bir ayakkabının fiyatı kaç TL dir?

- A) 2^5 B) 2^6 C) 2^7 D) 2^8 E) 2^9

6. a, b, c pozitif tam sayılardır.

$$a > b > c$$

olduğuna göre, aşağıdaki ifadelerden hangisinin değeri tam sayıdır?

- A) $\frac{2^b}{2^a}$ B) $\frac{3^c}{3^a}$ C) $\frac{5^c}{5^a}$ D) 7^{b-a} E) $\frac{2^{a+c}}{2^b}$

Üslü İfadeler

7. $n \in \mathbb{N}$ olmak üzere, $F_n = 2^{(2^n)} + 1$ biçiminde ifade edilen sayılara fermat sayısı denir.

Örneğin; $n = 3$ için $2^{(2^3)} + 1 = 257$ fermat sayıdır.

Buna göre, aşağıdaki sayılardan hangisi Fermat sayısıdır?

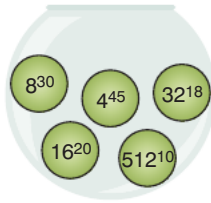
- A) 4 B) 7 C) 17 D) 129 E) 513

8. İnternet üzerinden yapılan 5 turluk bir yarışmanın ilk turuna 243000 yarışmacı katılıyor. Her turuna sonunda o tura katılan yarışmacıların $\frac{3}{4}$ 'te 2'si eleniyor ve sadece kalan yarışmacılar bir sonraki tura katılıyor.

Buna göre, 5. turun sonunda kalan yarışmacı sayısı kaçtır?

- A) $2^7 \cdot 5^4$ B) $2^8 \cdot 5^3$ C) $2^5 \cdot 5^4$ D) 10^4 E) 10^3

9.

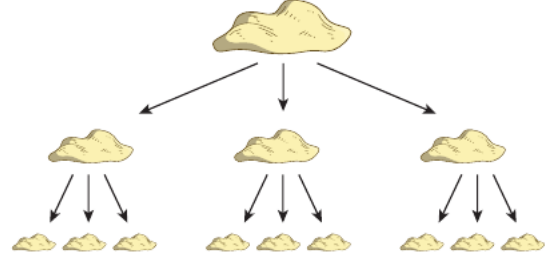


Tuğba yukarıdaki kavanozun içerisindeki toplardan birini alıyor.

Tuğba'nın aldığı topun üzerinde yazılı olan sayı diğer topların üzerinde yazılı olan sayılardan farklı olduğuna göre, Tuğba'nın aldığı topun üzerinde yazılı olan sayı kaçtır?

- A) 8^{30} B) 4^{45} C) 32^{18} D) 16^{20} E) 512^{10}

10. Eline bir oyun hamuru olan Esat, şekilde gösterildiği gibi her adımda elindeki her bir oyun hamurunu 3 parçaya ayırıyor ve 2. adım sonunda 9 parça oyun hamuru elde ediyor.



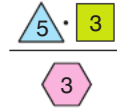
Esat başlangıçtan itibaren her adımda, elindeki her oyun hamurunu 3 yerine 2 parçaya ayırsaydı 4. adımda kaç para oyun hamuru elde ederdi?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 16 E) 24

11. n kenarlı bir düzgün çokgenin içine yazılı bir a doğal sayısıyla oluşturulan sembolün değeri n^a ifadesi ile bulunur.

Örneğin; $\boxed{5} = 4^5$ dir.

Buna göre,



ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 48 B) 64 C) 72 D) 84 E) 96

12. x ve y birer gerçel sayı olmak üzere,

$$2^y \cdot (2^{x-y} + 2) - 2^x$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 2^y B) 2^{y+1} C) 2^x D) 2^{x-2} E) 2^{x+1}